INFORMATYKA GEODEZYJNO-KARTOGRAFICZNA

Transformacja współrzędnych

INFORMATYKA GEODEZYJNO-KARTOGRAFICZNA

Plan wykładu

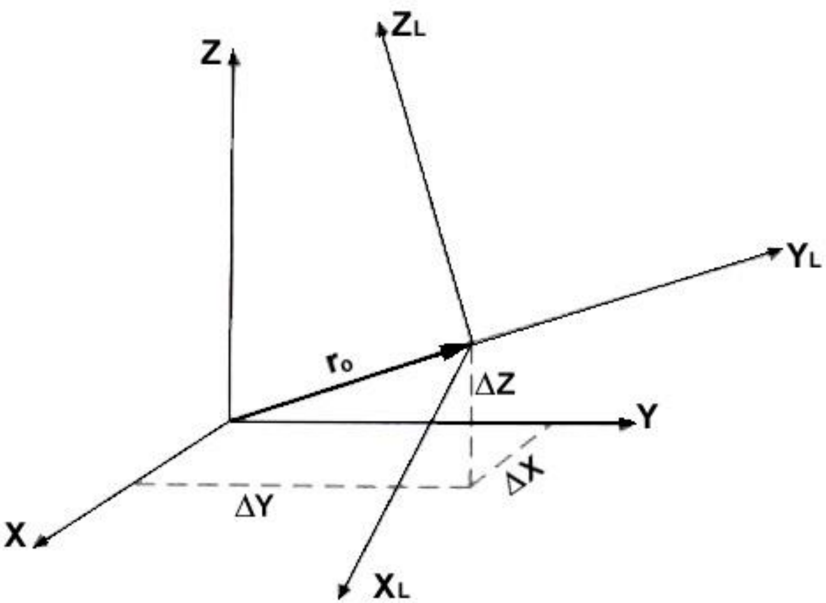
Przedstawienie podstawowej problematyki dotyczącej transformacji współrzędnych

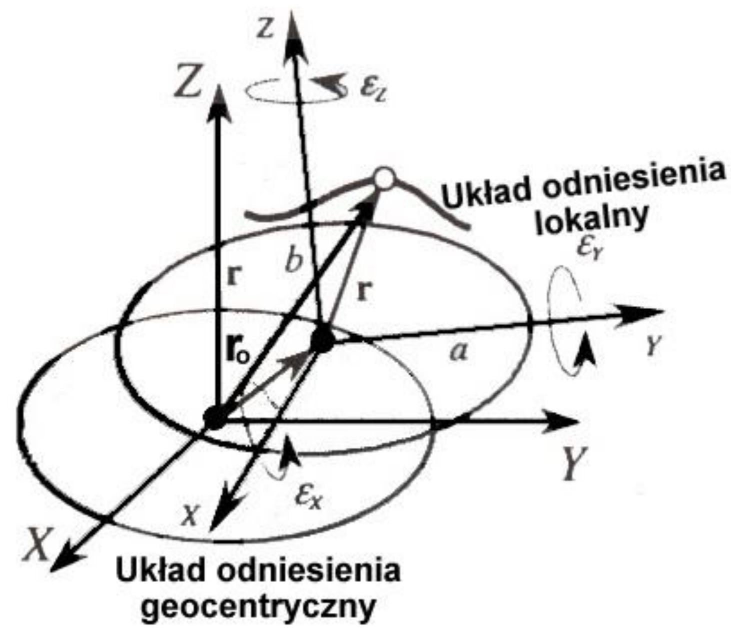
INFORMATYKA GEODEZYJNO-KARTOGRAFICZNA

Transformacja współrzędnych

Zadanie transformacji współrzędnych polega na obliczenie współrzędnych dla punktów w układzie wtórnym na podstawie znajomości współrzędnych punktów w układzie pierwotnym oraz realizacji istniejących między nimi.

Transformacja podobieństwa

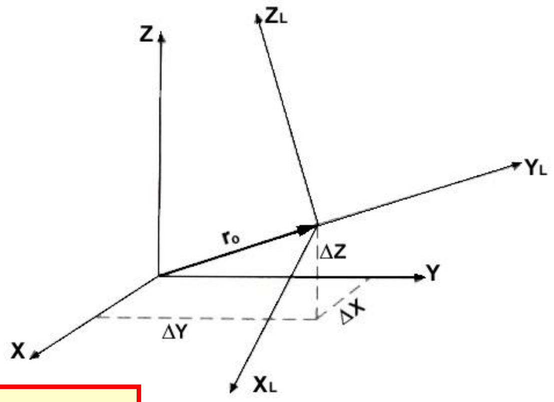




$$F(X, Y, Z, X_L, Y_L, Z_L, \Delta x, \Delta y, \Delta z, \varepsilon_x, \varepsilon_x, \varepsilon_z, k)=0$$

$$\mathbf{X, Y, Z \rightarrow X', Y', Z'}$$

Transformacja podobieństwa

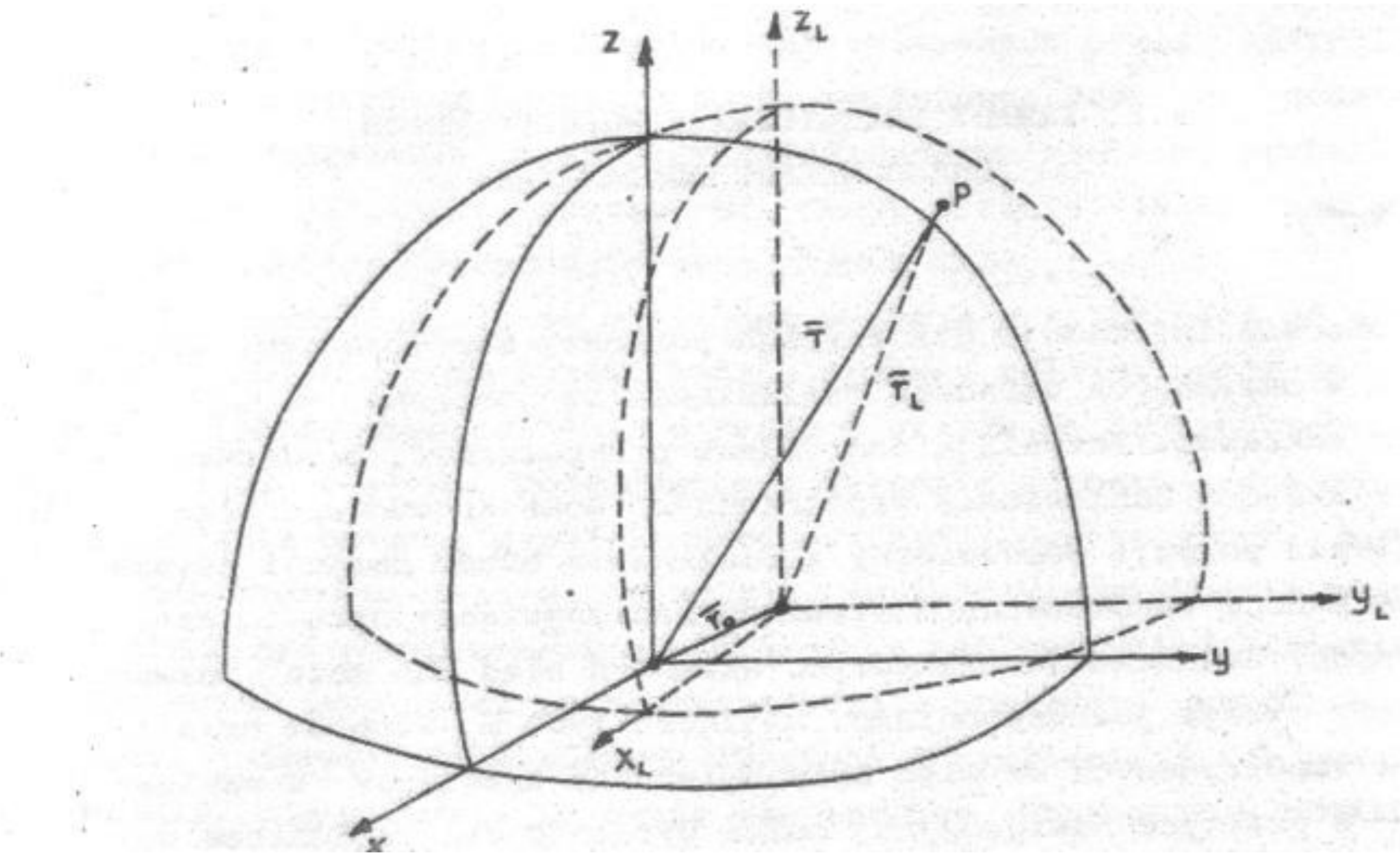


Tab. 1 Parametry transformacji wybranych układów odniesienia do układu WGS-84

Układ	Krassowskiego'42	European 1950	WGS-72
ΔX [m]	-33,4297	87	0
ΔY[m]	146,5746	96	0
ΔZ[m]	76,2865	120	-4,5
εx[rad]	$-1{,}73889 \cdot 10^{-6}$	0	0
εy[rad]	$-2{,}56146 \cdot 10^{-6}$	0	0
εz[rad]	$4{,}0896 \cdot 10^{-6}$	0	$-2{,}685868 \cdot 10^{-6}$
k	$0{,}8407720 \cdot 10^{-6}$	0	$2{,}263 \cdot 10^{-7}$

$$\mathbf{X, Y, Z \rightarrow X', Y', Z'}$$

Transformacja 3-parametrowa



$\varphi, \lambda, H \rightarrow X, Y, Z \rightarrow X', Y', Z' \rightarrow \varphi', \lambda', H'$

Transformacja współrzędnych geograficznych φ, λ, h (geodezyjnych) na ortokartezjanskie X,Y,Z

$$X = (N + h) \cdot \cos\varphi \cos\lambda$$

$$Y = (N + h) \cdot \cos\varphi \sin\lambda$$

$$Z = \left[N\left(1 - e^{2}\right) + h\right]\sin\varphi$$

Transformacja z $(X, Y, Z)_{OLD}$ na $(X, Y, Z)_{NEW}$

$$X_{NEW} = \Delta X + X_{OLD}$$

$$Y_{NEW} = \Delta Y + Y_{OLD}$$

$$Z_{NEW} = \Delta Z + Z_{OLD}$$

Tab. 1 Parametry transformacji wybranych układów odniesienia do układu WGS-84

Układ	Krassowskiego'42	European 1950	WGS-72
ΔX [m]	-33,4297	87	0
ΔY[m]	146,5746	96	0
ΔZ[m]	76,2865	120	-4,5
εx[rad]	$-1{,}73889 * 10^{-6}$	0	0
εy[rad]	$-2{,}56146 * 10^{-6}$	0	0
εz[rad]	$4{,}0896 * 10^{-6}$	0	$-2{,}685868 * 10^{-6}$
k	$0{,}8407720 * 10^{-6}$	0	$2{,}263 * 10^{-7}$

Transformacja z (X, Y, Z)$_{OLD}$ na (X, Z, Y)$_{NEW}$ 7-parametrowa

$$X_{NEW} = \Delta X + (1+k) X_{OLD} + \varepsilon_Z Y_{OLD} - \varepsilon_Y Z_{OLD}$$
$$Y_{NEW} = \Delta Y - \varepsilon_Z X_{OLD} + (1+k) Y_{OLD} + \varepsilon_X Z_{OLD}$$
$$Z_{NEW} = \Delta Z + \varepsilon_Y X_{OLD} - \varepsilon_X Y_{OLD} + (1+k) Z_{OLD}$$

Transformacja (X,Y, H) na (φ, λ, h)

$$\lambda = arctg \frac{X}{Y}$$

$$\varphi = arctg \frac{Z + e'^2 b \sin^3 \theta}{R - ae^2 \cos^3 \theta}$$

$$H = \frac{Z}{\sin \varphi} - N\left(1 - e^2\right)$$

gdzie:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$\theta = arctg \frac{aZ}{bR}$$

Związki między układami współrzędnych

Układ geograficzny	Układ elipsoidalny
$X = R\cos\varphi\cos\lambda$ $Y = R\cos\varphi\sin\lambda$ $Z = R\sin\varphi$ jeżeli punkt jest położony H nad kulą $X = (R+H)\cos\varphi\cos\lambda$ $Y = (R+H)\cos\varphi\sin\lambda$ $Z = (R+H)\sin\varphi$	$X = N\cdot\cos\varphi\cos\lambda$ $Y = N\cdot\cos\varphi\sin\lambda$ $Z = N\left(1-e^2\right)\sin\varphi$ jeżeli punkt jest położony nad elipsoidą $X = (N+h)\cos B\cos L$ $Y = (N+h)\cos B\sin L$ $Z = [N(1-e^2)+h]\sin B$

Przeliczenie odwrotne

Układ geograficzny	Układ elipsoidalny
$tg\,\lambda = \frac{Y}{X}$ $tg\,\varphi = \frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}}$	$tg\,L = \frac{Y}{X}$ $tg\,B = \frac{Z+Ne^2\sin B}{(X^2+Y^2)^{\frac{1}{2}}}$

Wzory	$\Delta\phi = \frac{(4{,}5\cos\phi)}{a\sin 1''} + \frac{(\Delta f \sin 2\phi)}{\sin 1''}$ $\Delta\lambda = 0{,}814$ $\Delta h = 4{,}5\sin\phi + a\Delta\phi\sin^2\phi - \Delta a + \Delta\tau$
Parametry	$\Delta f = -0{,}8120450 \cdot 10^{-7}$ $a = 6\ 378145$ m $\Delta a = -8{,}0$ m $\Delta\tau = -3{,}8$ m
Uwagi	aby otrzymać współrzędne WGS84, należy do współrzędnych WGS72 dodać $\Delta\phi$, $\Delta\lambda$, Δh; szerokość jest dodatnia w kierunku północnym, długość w kierunku wschodnim

Transformacja metodą Mołodieńskiego

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \lambda \\ H \end{bmatrix}_{New} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \lambda \\ H \end{bmatrix}_{Old} + \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\lambda \\ \Delta H \end{bmatrix}$$

Transformacja metodą Mołodieńskiego

$$\Delta\varphi'' = \frac{\rho''}{M} \cdot \left[-\Delta X \sin\varphi \cos\lambda - \Delta Y \sin\varphi \sin\lambda + \Delta Z \cos\varphi + a\Delta f + f \sin 2\varphi \Delta a \right]$$

$$\Delta\lambda'' = -\frac{\rho''}{N \cos\varphi} \cdot \left(\Delta X \sin\lambda + \Delta y \cos\lambda \right)$$

$$\Delta H = \Delta X \cos\varphi \cos\lambda + \Delta Y \cos\varphi \sin\lambda + \Delta Z \sin\varphi + \left(a \cdot \Delta f + f \cdot \Delta a \right) \sin^2\varphi - \Delta a$$

Transformacja metodą Mołodieńskiego

gdzie:

ρ''=206264.806247- wartość radiana wyrażona w sekundach,

ΔX, ΔY, ΔZ - poprawki współrzędnych prostokątnych przestrzennych,

a- duża półoś elipsoidy lokalnej,

b- mała półoś elipsoidy lokalnej,

f - spłaszczenie biegunowe elipsoidy lokalnej wyrażone zależnością:

$$f = \frac{a-b}{a}$$

Δa - różnica wartości dużych osi elipsoidy,

Δf - *różnice spłaszczeń elipsoid,*

e - pierwszy mimośród elipsy południkowej wyrażony zależnością:

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$

Transformacja metodą Mołodieńskiego

N- promień krzywizny pierwszego wertykału określony formułą:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

M- promień krzywizny południka wyrażona zależnością:

$$M = \frac{a\left(1 - e^2\right)}{\left(1 - e^2 \sin^2 \varphi\right)^{3/2}}$$

Ważne: wartości Δa, Δf powstają poprzez odjęcie wartości parametrów starej elipsoidy od wartości parametrów elipsoidy nowej.